

15.433 YATIRIM

Ders 11: Hisse Senedi Opsiyonları

Bölüm 2: Ampirik Bulgular

Bahar 2003

# Black Scholes Modeli

Hisse senedi fiyatları Geometrik Brownian Hareketine sahiptir. Hisse senedi fiyatları kesikli zamanda ifade edilince rassal yürüyüş modelini takip eder:

$$r_{t+\Delta t} = \mu \cdot \sqrt{\Delta t} + \sigma \sqrt{\Delta \varepsilon_{t+\Delta t}} \quad (1)$$

Bu modele göre, hisse senetleri,  $\Delta t$  dönemi boyunca  $\sigma\sqrt{\Delta t}$  standart sapma ile normal dağılır.

Piyasa dinamik olarak eksiksizdir. Opsiyonlar gereksizdir, ve risksiz hesap  $r$ , ile işleme tabi  $S$  hisse senedini içeren dinamik bir finansal riskten korunma stratejisi ile replike edilebilir.

Kullanım değeri  $K$  vadesi  $T$  olan bir alım opsiyonu için Black-Scholes formülü:

$$C_0^{BS} = BS(S_0, K, T, \sigma, r_f) \quad (2)$$

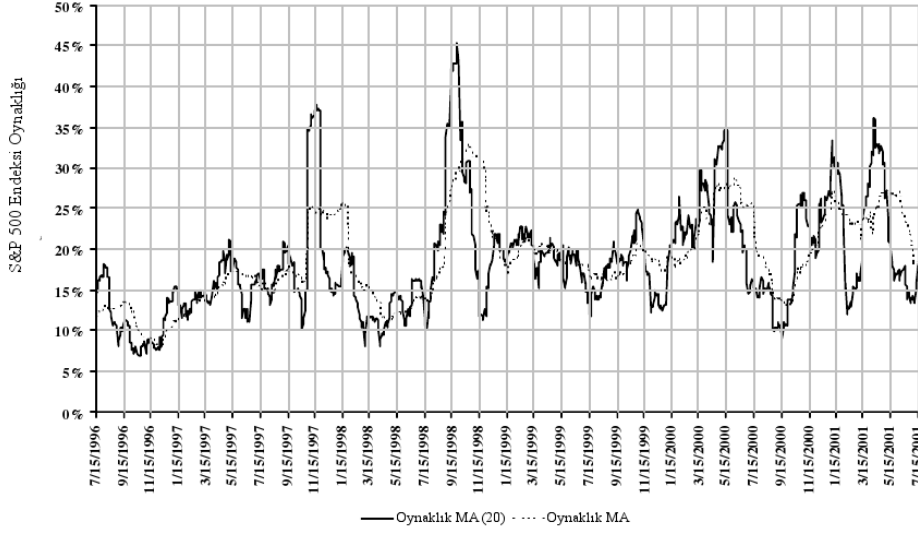
bu, hisse senedinin cari fiyatına  $S_0$ , işleme konu olan varlığın oynaklığına,  $\sigma$ , ve risksiz orana  $r_f$  bağlıdır.

# Black Scholes Modeli'nin Öngördükleri

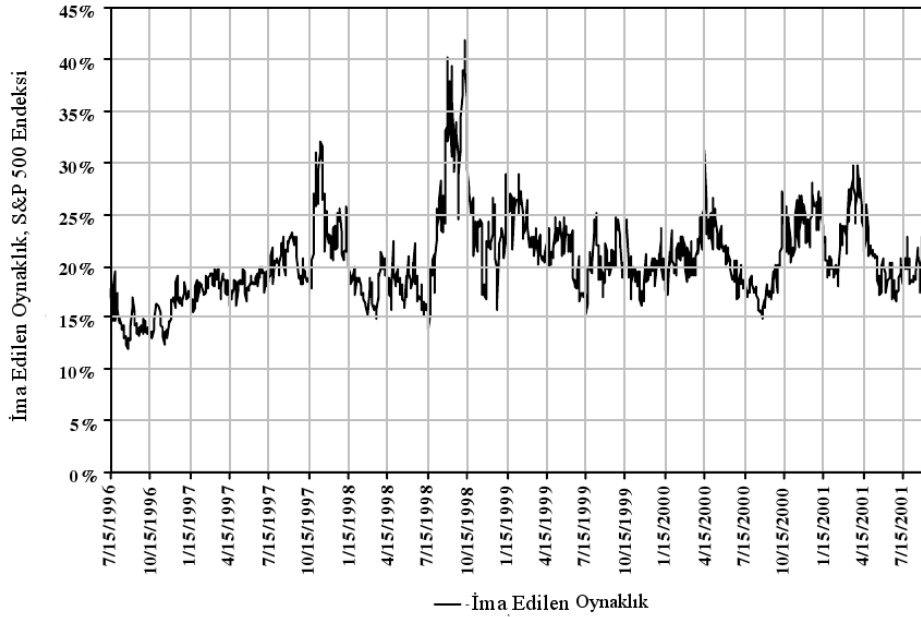
Farklı kullanım değeri  $K$  ve farklı vadeleri  $T$  olan opsiyonlar tarafından ima edilen Black-Scholes oynaklıkları aynı olmalıdır. Ayrıca, bunlar dönem boyunca aynı kalmalıdır.

Opsiyonların ima ettiği oynaklık, söz konusu olan hisse senedi piyasasındaki oynaklık düzeyiyle tutarlı olmalıdır.

# Hisse Senetleri ve Opsiyonların Zaman Serileri



Şekil 1: Hangi Oynaklık?



Şekil 2: Hangi Oynaklık?

# Black-Scholes Karşıtı Bulgular

Black-Scholes'un imâ ettiği oynaklık dönem boyunca sabit kalmıyor.

Opsiyon piyasasının imâ ettiği oynaklık, söz konusu olan hisse senedi piyasasında gözlenen oynaklıktan ortalamada daha fazladır.

Herhangi bir günde, farklı kullanım değeri,  $K$ , ve farklı vadeleri,  $T$ , olan opsiyonlar “smile” ve “smirk” kalıpları içerir:

- OTM satım opsiyonları, ATM opsiyonlarından ve OTM alım opsiyonlarının imâ ettiği oynaklık daha fazladır.
- Bu “Smile” kalıbı kısa dönemli opsiyonlarda daha belirgindir.
- Uzun dönemli opsiyonların imâ ettiği oynaklık, kısa dönemli opsiyonların imâ ettiği oynaklıktan daha fazladır.

# Sabit Oynaklık Varsayımı

Oynaklığın sabit olmadığı hem hisse senedi piyasasından hem de opsiyon piyasasından anlaşılabilir.

Aslında, oynaklığın kendisi stokastik bir süreçtir. Örneğin;  $V_t = \sigma_t^2$  ise, popüler bir stokastik oynaklık modeli:

$$dV_t = k (\bar{V} - V_t) dt + \eta \sqrt{V_t} dB_t^v \quad (3)$$

Bazı ampirik bulgular:

1. oynaklık stokastiktir (rassal);
2. oynaklık ısrarcıdır;
3. oynaklık ortalamaya döner;
4. oynaklık şokları hisse senedi fiyatlarıyla negatif ilişkilidir.

Yukarıdakilerin her biri için opsiyon piyasasından ampirik bir örnek verebilir misiniz?

# Hisse Senedi Fiyatlarında Ani Değişiklikler Olmaması Varsayımı

Hisse senedi fiyatlarında ani değişiklikler olduğu gerçeği hem hisse senedi piyasasından hem de opsiyon piyasasından anlaşılabilir. Neden?

Black-Scholes modelinde fiyat süreklidir:

$$r_{t+\Delta t} = \mu \cdot \sqrt{\Delta t} + \sigma \sqrt{\Delta \varepsilon_{t+\Delta t}} \quad (4)$$

Zaman aralığı  $\Delta t$ 'yi sıfıra indirirsek, sürpriz bileşenin oynaklığı,  $\sigma \sqrt{\Delta t}$ , da sıfıra iner.

Bob Merton, 1976 yılında, Black-Scholes'dan üç sene sonra, modele hisse senedi fiyatlarının aniden yükselmesi ile ilgili bir ilave yaptı:

$$r_{t+\Delta t} = \mu \cdot \sqrt{\Delta t} + \sigma \sqrt{\Delta \varepsilon_{t+\Delta t}} + J_{t+\Delta t} \quad (5)$$

Opsiyon piyasasında, hisse senetlerinde negatif fiyat değişiklikleri olduğunu gösteren ampirik örnekler verebilir misiniz?

# Piyasaların Tam (Complete) Olması Varsayımı

Her ne kadar bu varsayım Black-Scholes tarafından açıkça yapılmadıysa da, piyasa söz konusu hisse senetleri ve risksiz varlığa göre dinamik olarak tamdır.

İşleme konu olan hisse senetlerinin fiyatlarıyla yansıtılan sadece tek bir belirsizlik kaynağı vardır (Brownian Hareketi ile ilgili olan belirsizlik).

Eğer Brownian şoklara ek olarak sözü edilen hisse senetlerinde başka aniden yükselme riskleri de varsa, piyasa artık tam değildir.

Hisse senedi oynaklığı kendi rassal şoklarına sahip olduğu zaman da benzer durum ortaya çıkar.

Her iki durumda da, yatırımcıların ekstra belirsizliklerden kaçınması opsiyon fiyatlarına yansır.



# Hisse Senedi Fiyatlarında Ani Değişiklikler

Opsiyon piyasası, özellikle OTM satım opsiyonları, yatırımcıların ani negatif fiyat değişikliklerinden kaçındıklarını göstermek için bir fırsat sunar.

Bu gibi OPT satım opsiyonlarının piyasa fiyatları, sadece bu tür ani değişikliklerin miktarını ve olasılığını göstermez, aynı zamanda yatırımcıların bu tür ani değişikliklerden kaçındıklarını da gösterir.

Ani negatif değişikliklerden kaçınma negatif çarpıklıktan kaçınma ile yakından ilgilidir.

Oynaklığı Black-Scholes'un imâ ettiği oynaklıkla açıklamak gibi, ani negatif değişikliklerin miktarını ve olasılığını OTM satım opsiyonlarıyla açıklayabiliriz.

Opsiyonların imâ ettiği ani değişiklik riskleri, spot piyasasında doğrudan gözlenen risklere kıyasla daha fazla abartılır. (Jun Pan, 2001) Neden?

# Özet

Black-Scholes modeli, opsiyon fiyatlamasını formüle edebilmemiz için güçlü bir çerçeve sunuyor.

Black-Scholes modeli, opsiyon fiyatlarının piyasa koşullarına hassasiyetini ölçmemiz için güçlü bir çerçeve sunuyor.

Opsiyon alım-satımı yapanlar için bu tür hassasiyet ölçümleri nefes alıp vermek kadar önemlidir.

Hem söz konusu olan hisse senedi piyasasından hem de opsiyon piyasasından elde edilen bulgular Black-Scholes'un varsayımlarının çok fazla basitleştirildiğini gösteriyor.

Bu derste, stokastik oynaklık, ani fiyat değişiklikleri ve ani fiyat değişiklikleri korkularından bahsettik.

## **Odak Noktası:**

BKM Bölüm 21.

- s. 697-703,
- s. 708-711,
- s. 714-716,
- s. 718-722.

Potansiyel Soru Çeşitleri: Kavram bilgisi soruları 1 ve 8 arası, tablo 21.3, 21.4, s.732 soru 7, 10, 13, 14, 34, 22.

# Bir Sonraki Ders İçin Sorular

Lütfen Okuyun:

- BKM Bölüm 14 ve
- Kritzman (1993)

Hisse senetleri ve tahviller arasındaki önemli farklılıklar nelerdir?

Neden yatırımcılar tahvillerin hisse senetlerinden daha güvenli olduğunu düşünüyorlar?  
Wall Street gazetesine bakarak hisse senedi ve tahvil fiyatlarındaki yüzde değişimleri inceleyiniz.