

## Matematik Sanatı\*

Timur Karaçay  
tkaracay@baskent.edu.tr

Felsefe derslerinde dört klasik sorunun yanıtı aranır: Hakikat (truth) nedir? Gerçeklik nedir? Adalet nedir? Güzellik nedir? Bu dört soru, genellikle, kavramsal, metafiziksel, etik, estetik olarak nitelendirilir ve öyle incelenir.

*Hakikat, gerçeklik ve adalet* ile ilgili sorular, klasik felsefede önemlidirler; dolayısıyla birinci sınıf konulardan sayılır. Bu nedenle, düşünce tarihi boyunca filozoflarca incelenegelmiştir. Ama *estetik*, klasik felsefede ikinci sınıf bir konu olarak kalmıştır. Bunun nedenlerini sorgulayan düşünürler de olmuştur. Genel kanı şudur:

*“Sanat analiz için değil, zevk alınmak için vardır. Analiz sonunda ortaya çıkacak estetik kuramı, açıklamayı amaçladığı sanatla ilgisini keser, kavramsal biçime dönüşür. Ayrıca, estetik –her ne ise-yalnızca meraklılarını ilgilendirir.”*

*“Güzellik ve sanat, titizlikle tanımlansalar bile, göreceli olarak ayrıntı sayılacak yüzeysel kavramlardır; ciddiyle ele alınmaya değmezler.”*

Düşünce dünyasından, bu görüşü destekleyen ilginç sözler seçebiliriz:

*“Estetiği bilime dönüştürme girişimlerine karşın o hala spekülatif felsefenin bir koludur. Felsefenin bütün kolları içinde belki de en az etkili ve en az hareketli olanı odur.”*

Thomas Munro (*Toward Science in Aesthetics*)

*“Estetik, bir konunun var olmadığı yerde bir konu yaratma çabasıdır.”*

Arthur Berger (*D.W.Prall'ın Aesthetic Analysis' in önsözü*)

*“Estetiğin sevimsizliği” –Makale başlığı-*

J.A.Passmore

*“Estetiğin sevimsizliği, birçoğumuzun gizliden paylaştığı bir tavidir.”*

Arthur Berger

*“Estetik, felsefenin ana akıntılarının kenarında kalan durgun sulardır.”*

Nicholas Wolterstorff

Biz, burada, estetiğin ciddiye alınması gerektiğini söylemekle yetinmeyecek, onun matematikte ve fiziksel bilimlerde çok ciddiye alındığını örneklerle göstermeye çalışacağız.

Estetik, kimin hangi sanattan zevk aldığı ya da neden zevk aldığı gibi göreceli olarak basit sayılacak bir konu olmayı çok aşar. Bir sanat eleştirmeninin bir sanat yapıtını yorumlarken dayandığı gerekçelerin –*ki çoğunlukla nesnel değildir* - de önem taşımadığı savunulabilir. Her yıl konuyla ilgili 25 bin araştırma makalesi yayımlandığı söylenir. Bu yazıların neden okunduğunu bir kenara bırakabilir miyiz?

İnsanları, *güzellik* için ve *yalnızca güzellik* için zor işler yapmaya iten nedenleri araştırmalıyız. Bunu yapabilmek için, estetiğin ne olduğunu ortaya koymaya çabalamalıyız.

Tabii, felsefenin yapması gereken bu zor işi, burada yapmaya kalkışacak değiliz. Bunun yerine, matematik ile sanatın benzerliklerini ya da farklılıklarını ele almaya çalışacağız.

TDK Sözlüğünden bazı tanımları alalım:

**Sanat (ad)** 1. Bir duygunun, tasarımın ya da *güzelliğin* anlatımında kullanılan yöntemlerin tümü ya da bu anlatım sonucunda ortaya çıkan üstün yaratıcılık: *Selimiye Camii yüksek bir sanat yapıtıdır.* 2. Belli bir uygarlığın anlayış ve beğeni ölçülerine uygun olarak yaratılmış anlatım: *Türk sanatı. Yunan sanatı.*

**Güzellik (ad)** 1. *Estetik* bir beğeni, coşku, hoşlanma duygusu uyandıran nitelik, hüsün. 2. Ahlaksal ve düşünsel nitelikleriyle hayranlık uyandıran şey.

**Estetik (ad)** Sanatsal yaratımın genel yasalarıyla, sanatta ve yaşamda *güzelliğin* kuramsal bilimi, güzelduyu, bediiyat. 2. Güzelliği ve güzelliğin insan belleğindeki ve duygularındaki etkilerini konu olarak ele alan felsefe kolu, güzelduyu.

Matematikçi gözüyle, bu ifadelerden hiç birisi iyi-tanım değildir; biri kendinden sonrakine, sonuncu da en baştakine dayanıyor. Kısır döngüye giriliyor, ortaya bağımsız tanım çıkmıyor. Başka sözlüklerin ve ansiklopedilerin sanat için verdikleri tanımlar da bundan farklı değildir. Öte yandan, matematiksel varlıkların estetik olup olmadıklarını söyleyebilmek için, estetiğin tanımına uyup uymadıklarına bakmak gerekir. Ama, öyle görünüyor ki, ne felsefe ne de sanat, estetiği iyi-tanımlamıştır. Burada *iyi-tanımlı* olmak, matematiksel bir deyimdir ve çok önem taşır. Bir kümenin iyi tanımlı olması demek, o kümenin bütün öğelerinin eksiksiz belirlenmesi ama o kümeye hiç bir yabancı öğenin karışmaması demektir. Bunu çok özlü anlatan bir Osmanlıca deyim vardır. İyi-tanım, "*efradını cami, ayarını mani*" olan tanımdır.

Bazı kavramların iyi tanımlarını yapmak zordur. Bu durumlarda, bilim adamları, tanım yerine betimleme yapmayı yeğlerler. Örneğin, fizikçiler gravitasyonun nedenini bilemedikleri zaman onu tanımlamaya çalışmazlar. Tanım yapmak yerine onu betimlerler, onun ne yaptığını açıklamaya çalışırlar.

Biz de burada ele alacağımız "*matematik*" ve "*sanat*" kavramları için bu kolay yolu izleyeceğiz.

### Matematikçi Gözüyle Bir Sanat Yapıtının Nitelikleri

Bir sanat yapıtı aşağıdakilerden birini ya da bir kaçını yapabilir. Bu nitelikler nesnel olabileceği gibi, kavramsal da olabilir.

1. Doğadaki bir varlığı taklit eder ya da onun bazı niteliklerini ifade eder.
2. Doğaya yeni bir şey ekler.
3. Doğada olan bir şeyi değiştirir.
4. Doğada olan bazı şeyleri ayırıştırır ya da birleştirir.
5. Doğada olan bir şeyle etkileşime girer.

Örneğin, bir portre, bir fotoğraf, bir heykel doğanın birer taklididirler. Bir tablo doğadaki cisimleri, ışıkları ve renkleri birleştirir. Bir melodi, doğadaki sesleri ayırıştırır ve yeniden başka türlü birleştirir. Bir şiir, bir roman doğada (insanda) var olan dili ayırıştırır, birleştirir ve doğadaki varlıkla (insanla) etkileşime girer.

Peki bunları yapan her şey bir sanat mıdır? Teknolojinin son harikası diye piyasaya sürülen bir otomobil, doğada bir şeyler ayırıştırılarak, birleştirilerek yapılmıştır. Üstelik insanla ve hatta toplumla etkileşim içindedir. Ama, çoğu insan, hele hele sanatla ilgisi olanlar, bir otomobili asla bir sanat yapıtı olarak görmezler. Bunun yerine, bir parka konulmuş bir kağıt tekeri bir sanat yapıtı sayılabilir. O halde, sanat yapıtına yeni nitelikler eklemeliyiz:

6. Sanat yapıtı biriciktir; bir eşi daha yoktur.

Mısır'daki büyük piramit, çoğu kişiye göre bir sanat harikasıdır. Ama Manhattan'daki gökdelenlerin hiç birisi sanat yapıtı bile sayılmaz. *Büyük piramit* de *Empire State Building* de biriciktirler. Büyük piramit zor yapılmıştır. O günün koşullarının yeniden oluşturulup *Büyük Piramit*'in bir benzerini yapmak olanaksızdır. Ama, *Empire State Building*' in aynısı (paranız varsa) her zaman ve kolayca yapılabilir. Öyleyse, sanat yapıtına şu niteliği de ekleyebiliriz:

7. Sanat yapıtının bir eşi yaratılamaz.

Erciyes dağı biriciktir; doğa onun aynısını bir daha yaratamaz. Ama onun bir sanat yapıtı olduğunu söylemiyoruz. O halde, listemiz biraz daha uzayacaktır:

8. Sanat yapıtını yaratan insandır.

Bir başka örneğe geçelim. Salvador Dalı'nın "*S. Antonio'nun Baştan Çıkması*" adlı tablosunu herkes yaratamaz. Bunu yaratmak için, yapımcısının özel yetilerinin olması gerekiyor. Acaba, Michelangelo "*Davud*" heykelini bir daha yapabilir miydi? Mozart'ın "*Saraydan Kız Kaçırma*" operasını bir başkası da besteleyebilir miydi? Yanıtımız hayır olduğuna göre, listemize bir nitelik daha ekleyelim:

9. Sanat yapıtını, özel yetisi olan yapımcısından başkası yaratamaz. Yapımcısı da onu bir daha yaratamaz.

Eğitimli herhangi bir kişi *Dolmabahçe Sarayı*'nı bir sanat yapıtı sayarken, aynı şansı Ankara'daki Milli Kütüphane binasına vermez. Çünkü birincisi çevresiyle uyumlu bir güzellik duyumsatır, ama ikincisi bu duyguyu vermez. Demek ki, listemiz daha bitmedi:

10. Sanat yapıtı estetikdir.

Listemize sonuncu olan ama belki de hepsinden önemli olan bir nitelik daha ekleyeceğiz. Hemen hemen hiçbir sanatçının ilk yapıtları sanat dünyasına hemen kabul edilmemiştir. Ancak, sanatçı sanat dünyasına kabul edildikten sonra, o kabul görmeyen ilk yapıtları da sonrakiler kadar sanat değeri taşımaya başlar. Demek ki, bir yapıtın sanat yapıtı olup olmadığına karar verilirken, o yapıtın yukarıdaki on niteliğin çoğuna sahip olması yetmez. Yapıtın özünde olmayan bir nitelik daha gerekiyor.\*\*

11. Sanat yapıtı ya da yaratıcısı sanat dünyasına tanıtılmış olmalıdır.

Bir sanat yapıtını betimlerken, yukarıda sıralananlara yenileri eklenebilir ya da bazılarının birbirlerinden bağımsız olmadığı söylenerek liste azaltılabilir. Peşinde olduğumuz amaca ulaşmak için, bunlar çok önem taşıyor.

### **Matematiğin Nitelikleri**

Sanat ile matematik arasındaki ilişkiyi ortaya koyabilmek için, sanat için açıkladığımız niteliklerden hangilerinin "*matematik*" için de geçerli olduğunu araştırmalıyız.

Matematiğin sözlüklerde ve ansiklopedilerde değişik tanımlarını bir araya getirirsek, onun işlevlerini ortaya çıkarabiliriz.

1. Matematik insanlığın biricik ortak dilidir,
2. Matematik bilimdir,
3. Matematik bilimin vazgeçilmez aracıdır,
4. Matematik sanattır.

### **Doğanın Dili**

Matematiğin, insanlığın ortak dili olduğu yadsınamaz. Her insan saymayı, mukayese yapmayı bilir. Biraz eğitimli olanlar aritmetik işlemleri yapabilir. Parayla alış-veriş yapar, para üstünü alabilir. Tren tarifesi gibi tabloları okuyup anlayabilir. Bütün bu işlerin, her ülkede, her dilde yapılışı aynıdır. Bu anlamda, günlük şaşamda kullanılan matematik, insanlığın ortak dilidir.

Gelmiş geçmiş bütün uygarlıklar matematiğe neredeyse birincil önem vermiştir. Hemen her ülkenin eğitim sisteminde matematik öğretimi anadil öğretimi kadar önem taşır. Bunun nedeni, yalnızca, matematiğin "*günlük işlere yarayan bir araç*" olması değildir. Günlük şaşamın gerektirdiği matematiği, sade bir yurttaşa öğretmek için, bu kadar uzun ve zahmetli bir uğraşa gerekseme olmadığını rahatlıkla savunabiliriz. Kuşkusuz, matematik,

günlük yaşamı kolaylaştırmanın çok ötesine geçer; insanlar onun farkına varsa da varmasa da o kendi başına vardır. Bilim denilen şeyi, bütün görkemiyle özünde bulundurur.

Matematiği *bilimin bir aracı* olarak düşünüp;

“Doğa'nın kitabı matematik diliyle yazılmıştır”

diyen Galileo'ya da hak vermeliyiz. Bunu heketiren pek çok örnek vardır:

Pergeli Apollonius İ.Ö.200 yıllarında “Konikler” adlı sekiz kitaptan oluşan ünlü yapıtında çember, elips, parabol ve hiperbollerini incelemiştir. Yaklaşık 19 yüzyıl boyunca, bu değerli bilgiler fiziksel dünyadan uzak olarak kullanılmadan bir köşede durdu. 1600 yıllarında Johannes Kepler gezegenlerin hareketlerini Apollonius'un konikleriyle açıklayıverdi. Solomon Bochner der ki “*Kepler, Apollonius'un doğrudan varisiydi, ama Kepler olmasaydı Newton da olamazdı!*”. Peki, Newton'un yasalarını fiziksel bilimlerden (dolayısıyla teknolojiyen) silince geriye ne kalır? Demek ki, bu günkü uygarlığımız, Antalya ilindeki o görkemli Perge kentinde yaşayan Apollonius' a çok şey borçludur.

Öklid geometrisi 2000 yıl boyunca, evreni açıklamak için kullanabileceğimiz en mükemmel araç olarak görülmüştür. 19.yy' da Riemann, Gauss, Bolyai ve Lobachevski gibi pür matematikçiler, Öklidyen olmayan yeni geometriler yarattılar. Hiç kimse, bunların bir işe yarayacağını düşünmüyordu. Ama, Einstein'in “*Görecelik Kuramı*” Öklit Geometrisi içinde açıklanamadı. Hiç bir işe yaramaz sanılan bu yeni geometriler kullanıldı.

Geçen yüzyılın en önemli fizik problemlerinden birisi Kuantum Mekanikliği'dir (1924-28). *Işığın nasıl yayıldığını* açıklamak, kuantum mekaniğinin önemli başarılarından birisidir. Ama bu açıklama tümüyle matematiğin eseridir. Işığın nasıl yayıldığını insanoğlu çok uzun zamandan beri merak ediyordu. Geçen yüzyılın ilk yarısında, Werner Heisenberg (1901-1976), ışığın parçacıklar halinde yayıldığını, Erwin Schrödinger (1887-1961) ise dalga hareketiyle yayıldığını savundu. Her ikisi sağlam kuramsal düşüncelere dayanıyor ve her ikisi de deneysel sonuçlarla doğrulanıyordu. Sonunda, matematikçiler, Hilbert Uzayları denilen yeni matematiksel uzayları yarattılar. Heisenberg'in parçacık kuramının  $L^2$  ile gösterilen bir dizi uzayında açıklandığını, Heisenberg'in dalga kuramının ise  $L^2$  ile gösterilen bir fonksiyon uzayında açıklandığını; ama bu iki uzayın matematiksel olarak eşyapılı olduklarını gösterdiler.  $L^2$  de alınan bir fonksiyonun Fourier katsayıları,  $L^2$  uzayına aitti. Dolayısıyla, parçacık ve dalga kuramları, birbirine denk ama farklı iki matematiksel modelle temsil ediliyordu. Dolayısıyla, iki kuram, özlerinde bir birlerine denk idiler, ama farklı dillerde (modellerde) açıklanıyordu.

### **Matematiksel Varlıklar Keşfediliyor mu? Yaratılıyor mu?**

Matematiksel varlıkların, fiziksel varlıklar gibi, insan düşüncesinden bağımsız olarak var oldukları düşüncesi Platon'a kadar gider. O görüşe göre, matematiksel varlıklar keşfedilirler. Örneğin, *sayılar* doğada zaten vardı ve keşfedilmeyi bekliyorlardı. Birileri onları keşfedince, bilgi dünyamıza katılmış oldular.

Bunun karşıtı olan görüş ise, matematiksel varlıkların düşünceyle yaratıldığını savunur. Matematiksel varlıklar, insan düşüncesinden bağımsız varlıklar değildir. Örneğin, 5 sayısı doğada var olan fiziksel bir nesne değildir. 5 elmayı, 5 armutu, 5 sandalyeyi algılamamızı sağlayan soyut bir kavramdır. Sayılardan kümeler oluştururuz, kümeler üzerinde işlemler ve giderek yapılar (uzaylar) kurarız. Uzaylar arasında fonksiyonlar tanımlarız. Birinden ötekine dönüşümler yaparız. Bunların fiziksel uzayda karşılıkları yoktur; ya da, en azından, matematikçi bunları yaparken fiziksel karşılığının olup olmadığı sorusuyla ilgilenmez..

Bu ve benzeri örnekleri göstererek, matematiksel varlıkların zaten doğada var olduklarını ve zamanı gelince keşfedildiklerini söyleyenlere hak vermek mümkündür? Daha ileri giderek şunu sorabiliriz: Başka bir gezegende, dünyamıza benzer yaşam koşulları ve bize benzeyen canlılar varsa, acaba onların matematiği de bizimki gibi midir? Bu tür sorulara yanıt aramak, belki safsatayla uğraşmaktır. “*Safsata*” deyimi çok yerinde sayılmıyorsa, o soruya bu gün felsefenin ya da bilimin yanıt veremediğini söyleyebiliriz. Her iki görüşü destekleyen ya da yadsıyan örnekler bulmak zor değildir.

Matematiksel bir varlığın (matematiksel bir kavram, tanım, önerme), yukarıda sanat için sayılan onbir özeliğten bazılarını sağladığı apaçıktır. Örneğin, *üçgen*'i doğada zaten var olan bir varlık olarak düşünenler olabileceği gibi, onu doğaya eklenen yeni bir varlık olarak da düşünenler olabilir. Hangisini kabul ederseniz edin, “*Düzlemsel üçgenin iç açıları toplamı 180 derecedir*” diyen önermenin doğaya katılan bir varlık (kavram) olduğunu kabul edeceksiniz.

1,2,3,4,5,... diye saydığımız *Doğal Sayılar*'ı ortaya koyan bir kişiden sözetmek (*ki bunu ilk kez tanımlayan İtalyan matematikçisi Guiseppe Peano (1858-1932)'dur*) olanağı varsa, o kişi olmasaydı, bir başkasının doğal sayıları ortaya koyacağı tartışmasız kabul edilir. Kimilerine göre, Doğal Sayılar, zaten doğada var olan varlıklardı; insan onu sadece keşfetmiştir, tıpkı *Amerika*'nın keşfedilmesi ya da röntgen ışınının keşfedilmesi gibi... Öyleyse, Peano olmasaydı, bir başkası onu zaten keşfedecekti. Doğal Sayıların yaratıldığını savunanlar da şunu söylerler: O günkü bilgi (bilim) sınırı *Doğal Sayılar*'ın ortaya çıkmasını gerektiren bir yere ulaşmıştı. İnsanlar böyle bir alete şiddetle gerekseme duyuyordu. Dolayısıyla, Doğal Sayılar'ın yaratılması kaçınılmaz hale gelmişti. Peano olmasaydı, Doğal Sayılar'ı zaten bir başkası yaratacaktı.\*\*

Öte yandan, “Selimiye Camii’ni Mimar Sinan olmasaydı bir başkası yaratabilir miydi?” sorusuna yukarıdaki gibi yanıt veremeyiz. Büyük olasılıkla, bir başkasının yaratacağı cami, Mimar Sinan’ın yaptığına benzemeyecekti. *Sayılar*'ı ister yaratılmış sayın, ister keşfedilmiş sayın, sayılarla yapılan işlemler matematiğin doğaya kattığı yeni varlıklar (kavramlar) dır.

Matematiğin yarattığı ya da keşfettiği her şey biriciktir. Örneğin, dik üçgenlerin kenarları arasındaki bağıntıyı veren ünlü Pisagor Teoremi biriciktir. “*Doğal Sayı*” kavramı (varlığı) biriciktir. “*Bir üçgenin iç açıları toplamı 180 derecedir*” önermesinin bir eşi daha yaratılamaz. Çünkü bu özeliği ifade eden her şey bu önermeyle özdeş olur. “*Doğal Sayı*” kavramı (varlığı) bir daha yaratılamaz; çünkü doğal sayıların niteliklerini taşıyan her varlık da onunla özdeş olur. Bu iş, bir sanat yapıtının kopyaları gibi yorumlanabilir mi? Peano'nun ne yaptığını bilen birisi Doğal Sayılar'ı yeniden keşfediyorsa, yaptığı iş bir kopyadır. Peano'yu bilmeden Doğal Sayıları yeniden yaratacak kişi, Amerigo Vespucci'yi (isterseniz Christoforo Columbus deyin) bilmeden Amerikayı yeniden keşfedecek acemi bir gemiciye benzer.

Bu ve benzeri örnekler gösterilerek, “*Matematik doğanın esas dilidir.*” tezi inançla savunulabilir:

“Matematiğin bilim için çok değerli olmasının nedeni, bilimsel yasa ve teorilerin en güzel, belki de yegane tam ifadelerinin matematiksel formüller biçiminde olmasıdır. Bir bilimsel teorinin matematiksel teori ile ifade edilmesindeki kesinlik ölçüsü, o bilimin durumunun bir ölçüsüdür.”

L.T.Moore

Şimdi, konuya başka bir açıdan bakalım. Bütün insanlara doğanın yasalarını öğretmeyi amaçlamadığımızı göre, matematik öğretimini bu denli yaygın oluşuna başka gerekçeler aramalıyız.

Bertrand Russell, insanın neden matematik öğrenmesi gerektiğini ciddi olarak incelemiş ve

“... arzu edilen şeyin sadece yaşamak olgusu olmayıp, yüce şeyler üzerinde düşünerek yaşamak sanatı olduğunun hatırlanmasında yarar vardır.”

demiştir. Eğitim ve kültür sistemlerimiz, insanların resimden, müzikten, şiirden, heykelden; kısaca sanattan zevk almasını istiyor. Bu istek, Russell'in söylediği *yüce şeyler* kapsamına girer.

Matematiği de bu kapsamda saymak gerektiği apaçıktır. Matematiğin, bütün insanların biricik ortak dili olduğu, günlük yaşam için yararlı olduğu, doğa olaylarını açıklayan bir dil olduğu ve kendi kendisine yeten bir bilim olduğu yadsınamaz. Ama bütün bunların ötesinde, Russell'in yüce şeyler'i arasındadır:

“Matematik bir sanattır.”

Çünkü, bir sanat dalında arayacağınız her yüce şey matematikte vardır.

### **Estetiğin Ölçütü Var mı?**

Sanatın ve estetiğin iyi tanımlanmadığını ve felsefede ciddiye alınmadığını söylemiştik. Tanımların yokluğu bir yana, analitik felsefe açısından,

*“Matematik içeren, gerçeğe uygun bir estetik teori var olamaz.”*

diyenler hemen hemen herkeştir.. Hatta, daha ileri giderek,

*“Kabul edilebilir bir estetik teori yoktur.”*

diyen filozoflar da büyük çoğunluktadır.

*“Hakikat nesnellikle ilgilidir; iyilik kavramı ise hemen hemen nesneldir. Bu kavramlara bakanın “beğeni”sine bağımlı olan “güzellik” kavramı nesnel değildir.”*

*Mortimer Adler : Six Great Ideas*

Estetiğin bir ölçütü henüz yoktur, ama buna bir formül vermeye kalkışan matematikçiler vardır:

George Stiny-James Gips : *Algorithmic Aesthetics*

George David Birkhoff : *Mathematics of Aesthetics*

Birkhoff ilginç bir formül sunmaktadır. Estetiği belirleyen birbirinden bağımsız üç değişken olduğunu varsayarak, bu değişkenler arasındaki bağıntıyı şu formülle vermektedir:

$$\text{Estetik} = \text{Uyum} / \text{Karmaşa} \quad (1)$$

Buna göre, estetik ölçütü *uyum* ile doğru orantılı iken, *karmaşa* ile ters orantılıdır. Bu formülün, bir sanat yapıtının estetiklik ölçüsünü tam olarak belirleyemeyeceği elbette ve kuvvetle savunulabilir. Ama içerdiği düşünce önemlidir. *“Estetik değer ölçülemez”* diyen felsefi görüşe kafa tutmaktadır.

### **Matematik Estetikdir**

Öte yandan biz, estetiği matematiksel olarak formülleştirmek yerine, matematiğin kendisini bir sanat yapıtı olarak incelemek istiyoruz. Öyleyse, şu soruya yanıt aramalıyız:

*Matematiksel güzellik nedir?*

Estetikle uğraşanların bu soruya hiç yanıt vermedikleri açıktır. Bunun ilk akla gelmesi gereken nedeni, matematikte sözü edilecek bir güzellik olmadığı görüşü olabilir. İkinci bir nedeni de, estetikle uğraşanların matematiği hiç bilmiyor oluşudur. Doğal olarak, matematikten zevk alanlar ikinci nedeni seçeceklerdir. G.H.Hardy *A Mathematician's Apology* adlı kitabında, teoremlere *zarafeti* kazandıran özellikleri şöyle sıralıyor: *Ciddiyet, derinlik, genellik, beklenmedik olma, kaçınılmazlık ve ekonomi*. Matematikte ve fizikte bu anlamda zarafet taşıyan örnekler çoktur.

### **Dayanılmaz Cazibe**

Aynı anda, aynı manzaranın resmini yapan iki ressamdan birinin tablosu bir sanat harikası sayılırken, ötekisi acemi işi bile sayılmayabilir. Bir tabloyu sanat yapıtı yapan şey doğadaki nesnelere, ışıkları, gölgeleri ve renkleri uyumlu bir düzen içinde sunuşudur. Genellikle, sanat yapıtı sayılan bir tabloda, estetik sahibi birisini rahatsız

edecek renk, ışık ve gölge eksikliği ya da fazlalığı olmaz. Bu olgu estetiğin *minimal tamlık* ve *maksimum yarar* ilkesidir.

Acaba matematikte bu olabilir mi? Evet, hem de ölçülebilir biçimde minimal tamlık ve maksimum yarar ilkesi uygulanabilir.

Aşağıdaki teorem, karmaşık sayıların anlatıldığı derslerin başlangıcında öğrencilere öğretilen basit bir eşitliktir.

**Teorem (Euler, 1748) :**  $e^{i\theta} = \cos\theta + i \sin\theta$  .

Burada  $\theta = \pi$  alınırsa, bu eşitlik

$$e^{i\pi} = -1 \quad (1)$$

eşitliğine döner. Jerry P.King'in deyişiyle "Bu eşitliği gören her matematikçi, denklemin iki yanına +1 eklemek için dayanılmaz bir istek duyar" ve şu denklemi elde eder:

$$e^{i\pi} + 1 = 0 \quad (2)$$

Bu iki denklem birbirine tamamen denktir. Ama, ikinci denklemin matematik bilen herkes için dayanılmaz bir cazibesi vardır. Çünkü o, matematiğin altı önemli nesnesini içerir: 0, 1, e, i,  $\pi$ , = . Minimal tamlık ilkesine uyar, çünkü içinde gereksiz hiçbir şey yoktur. Maksimal yarar ilkesine uyar, çünkü bu basit bağıntı bir çok yerde kullanılabilir. Bu yalın formül, içerdiği zengin ve yararlı anlam yanında, uygarlıklarımızın yarattığı altı önemli nesneyi içeriyor ve onlar arasında bağ kuruyor. Matematiği bir dil olarak görürsek, hiç bir şair, bir dilin altı sözcüğünü bu kadar yalın, bu kadar anlamlı, bu kadar genel, bu kadar yararlı biçimde bir araya getirememiştir. İşte matematiksel zarafet budur.

**Newton'un İkinci Yasası:** Hızın zamana göre değişim oranı yerçekimi ivmesine eşittir:  $dv/dt = g$  . Şimdi bunu biraz irdeleyelim.

- Denkleminde cismin kütlesi yer almıyor. Bu demektir ki, cismin ağırlığı, hafifliği, hangi malzemedен yapıldığı, büyüklüğü, biçimi gibi özellikleri ivmeye etki etmiyor.
- Denklem oldukça yalındır. Gereksiz hiçbir terim içermiyor; bağıntı karmaşık değil. Demek ki *minimal tamlık* ilkesine uyuyor.
- Denklem çok değerli bilgiler sunmaktadır. Bir çok duruma uygulanabilir. Örneğin, atılan bir topun ya da füzenin hareketini bununla inceleyebiliriz. Topun ya da füzenin ne kadar uzağa gidebileceğini buluruz. Hatta, herhangi bir anda topun ya da füzenin havada nerede olduğunu hesaplayabiliriz. Demek ki, bu yalın bağıntı bize *maksimum yarar* sağlamaktadır.

Hangi melodide böylesine *ciddiyet*, *derinlik*, *genellik*, *beklenmedik olma*, *kaçınılmazlık* ve *ekonomi* vardır?

Bu bir doğa olayını zarafetle sunan matematiktir.

### Kavramlar Zamanla Değişebilir

**Dört Renk Problemi :** Sınırları ortak olan iki ülke aynı renkte olmamak koşuluyla, bir düzlem üzerine çizilen bir harita, en çok dört renk ile boyanabilir mi?

Bu problemi bir lisansüstü öğrenci olan Francis Guthrie 1852 de erkek kardeşine sordu. O çözemedi, Augustus de Morgan'a sordu. O da çözemedi, William Hamilton'a sordu. Böylece matematiğin bu belalı problemi 124 yıl boyunca en yetenekli matematikçileri uğraştırdı. 1976 yılında Kenneth Appel ve Wolfgang Haken bilgisayarla bir çözüm verdiler:

*Belli bir türden olan bütün haritalar dört renkle boyanabilirlerse, herhangi bir harita dört renk ile boyanabilir.*

IBM 360 bilgisayarında 1000 saat süren bu ispat sonradan tartışmalara yol açtı. Bilgisayarın yaptığı bu hesapları, bir insanın ömrüne sığdırmak olanaksızdır. Öyleyse, bu ispat, doğruluğu kontrol edilebilecek bir ispat değildir. Bu nedenle, bazılarının göre, Appel-Haken'ın yaptığı ispat, matematiğin kabul edebileceği bir ispat değildir. Bazılarının göre de bu ispatı kabul etmemek şöenliktir.

Burda aklımıza geliveren bir soru vardır: Bilgisayarla bir müzik parçasını "icra" etmek mümkündür. Mozart'ın 5.Senfosisini bilgisayarla icra etmek bir sanat olayı mıdır?

Daha da ileri giderek, bilgisayarla beste yapılabildiği bilinmektedir. Bilgisayarın yaptığı bir beste, bir sanat yapıtı sayılır mı?

Bu soruya bu gün verilecek yanıt, büyük olasılıkla, "hayır" olacaktır. Ya yarın?

### **Aristokrasi**

Batı üniversitelerinde, farklı alanlarda çalışan akademisyenlerin karakteristik özelliklerini ortaya çıkarmak için araştırmalar yapılmaktadır. Giyim, kuşam ve davranışların zamanla değiştiği gözlenir. Bazı dönemler takım elbise ve kravat modadır. Bazı dönemler, kot pantolon ve piknik kıyafetleri gibi rahat giysiler öne çıkar. Bazı dönemler, sıra dışılık görüntüsü verdiği sanılan pahalı, eksantrik ve markalı giysiler öncelik alır. Ama, bütün bu genel davranışın içinde, matematikçileri diğer akademisyenlerden ayırt eden davranışlar daima vardır. Morris Kleine "Profesör Neden Öğretmiyor?" adlı kitabında matematikçileri şöyle betimliyor:

*"Matematikçiler her zaman kabileci ruhlu, seçkinlik yanlısı, kendini beğenmiş, son derece bireyci bir toplumdur."*

İçimizde, acaba "Kleine ressamaları mı betimliyor?" diye bir kuşku doğmak üzereyken, Alfred Adler buna izin vermiyor ve diyor ki;

*"Akademik dünyada matematikçiler çoğu kez hakemedikleri ödüllerin tadını çıkarırlar. Dört yanları felsefe ve sosyal bilimler bölümlerinden hayranlarla çevrilmiştir."*

*"Matematikçiler bürokrasiyle ilgili şeylerin her düzeyinde diğer bilimlerden daha az etkin hale gelmişlerdir; kendi bilimsel önemlerinin ve işlevsel yararlarının hak ettiğinden çok daha az etkindirler."*

### **Matematik Öğretmiyor muyuz?**

Bireyler, hangi meslekten ve hangi sosyal sınıftan olursa olsun, anlasalar da anlamasalar da sanat'tan korkmazlar. Hatta, sanattan anladıkları izlenimini vermeye çalışırlar. Şiir ve roman okumasalar bile, zorunlu kalınca tiyatroya, konsere ya da bir resim sergisine bile giderler. En azından, biraz eğitilmiş kişiler, böyle davranırlar. Başka bir deyişle, insanlar, liberal sanatlardan anlıyor ve zevk alıyor görünmek zorunluğunu duyuyorlar.

Öte yandan, çoğu insan, hiç çekinmeden, "matematikten hiç anlamadığını" övünce dönüşmüş gizli bir öfkeyle söyler. Bu, özellikle, eğitim görmüş kişilerde böyledir. Matematiği hiç bilmediğini gururla söyleyen siyasetçi, sanatçı, sosyolog, psikolog, tarihçi yanında pek çok ekonomist de görebilirsiniz.

Bu olgu, dünyadaki eğitim ve kültür sistemlerinde liberal eğitimin başarısının apaçık göstergesi ve matematik eğitiminin ise apaçık başarısızlığının delili midir?

Büyük bir olasılıkla, hemen her toplumda bu kanı yaygındır.

Oysa, bir karşılaştırma olanağı olsa, çoğu kişinin bildiği matematiğin, bildiği sanat'tan daha çok olduğu görülürdü. Hemen herkes matematiğin temel kavramlarını bilir: Saymayı bilir. Mukayeseyi bilir. Toplamayı, çıkarmayı bilir. Biraz eğitilmiş olanlar, çarpma ve bölmeyi bilir. Üçgen, dörtgen, çember, küp, küre gibi başlıca geometrik şekilleri bilir. Simgelerini görünce fonksiyonu, türevi, integrali anımsar. Ama, sanata özel ilgisi olmayan kişiler, inanınız, sanatın temel kavramlarını bilmezler. Bu olgu, dünyanın her yerinde böyledir.

Gene de, matematikçiler, matematik öğretiminde, yüzyıllardır bütün dünyada süregiden ciddi bir başarısızlık olduğunu kabul ederler. İnsanlar, biricik ortak dillerini, ortak kültürlerini; yani matematiği öğrenemiyorlar; ondan soğuyorlar, ondan korkuyorlar, ondan nefret ediyorlar.



“Bu neden böyle olmuştur?” sorusuna Timothy O’Mera şu yanıtı veriyor:

*“Matematikçiler kendi kendilerine yeterlidir; her yaptıklarının yerinde olduğunu önceden varsayarlar; bireylere büyük hoşgörüleridir; sosyal görünümü ve uyumu pek önemli saymazlar; genç yaşta üstün bilgi düzeyine ulaşırlar, ondan sonra bir tür can sıkıntısı başlar; bu da onların öğretmelerini engeller.”*

Jerry P.King, bilgece çözüm öneriyor:

*“Matematik öğretimine yavaş yavaş estetiği katma zamanı gelmiştir.”*

dedikten sonra ekliyor:

*“Soylu olsun olmasın, aynı anda hem ayrıcalıklı hem de sorumsuz olan hiçbir sınıf uzun süre varlığını koruyamaz. Matematikçiler kendilerini duvarların içine kapatmışlar, matematiği altı kuşak boyu üniversite öğrencilerinden uzak tutmuşlardır. Bu böyle sürüp gidemez.”*

## Sonuç

Matematikçilerin, çocuklara ve gençlere, evrensel bir dili, bir sanatı öğretme borçları vardır. İnsanlar, matematiği bir dil olarak kullanmalı; onu, üzerinde düşünülecek yüce şeylerden biri olarak görmelidir. İşte o zaman, matematikçiler görevlerini yapmış sayılırlar.

---

<sup>1</sup> Bu yazıdaki çoğu düşünceler, matematikçilerin çoğunun paylaştığı görüşler olarak ortaya konmuş sayılabilir. Örneğin, bkz. Jerry P. King, “Matematik Sanatı”, TÜBİTAK Popüler Bilim Kitapları, 49, 1997’.

<sup>2</sup> Bazı matematikçiler, doğal sayıları yaratan (keşfeden) kişinin Peano olmadığını, sayıların, uygarlıkların gelişimine koşut uzun bir süreç sonunda yavaş yavaş ortaya çıktığını, Peano’nun onların ortaya çıkan belirleyici niteliklerini ilk kez yazmaktan ibaret basit bir iş yaptığını söyleyebilirler. Ama, burada sayıları kimin ne zaman yarattığını tartışmıyoruz.

<sup>3</sup> Bunun apaçık nedeni, estetiğin ölçütünün verilemeyeşidir.